

**SOLUCIONARIO  
 ENSAYO EX CÁTEDRA N° 3  
 MATEMÁTICA**

**1. La alternativa correcta es B**

$$\begin{aligned} 765^2 - 764^2 &= (765 + 764)(765 - 764) \\ &= 1.529 \cdot 1 \\ &= 1.529 \end{aligned}$$

**2. La alternativa correcta es E**

Área del círculo:  $\pi r^2$

Área achurada  $< \frac{\pi r^2}{2}$

$$\therefore \frac{\text{Área achurada}}{\text{Área del círculo}} < \frac{\frac{\pi r^2}{2}}{\pi r^2}$$

$$\frac{\text{Área achurada}}{\text{Área del círculo}} < \frac{1}{2}$$

**3. La alternativa correcta es C**

$$\frac{5.000}{100\%} = \frac{1.000}{x}$$

$$x = 20\%$$

**4. La alternativa correcta es D**

$$a : b = 2 : 3 \quad / \cdot 3$$

$$a : c = 3 : 4 \quad / \cdot 2$$

$$a : b : c = 6 : 9 : 8 \quad / \cdot 3$$

$$= 18 : 27 : 24$$

$$\therefore c = 24 \text{ unidades}$$

5. **La alternativa correcta es C**

Leones	kg	días
$+ \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \end{pmatrix}$	$+ \begin{pmatrix} 35 \\ x \end{pmatrix} \oplus$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix} \oplus$

Como los kg de carne que se consumen son directamente proporcionales al número de leones y a la cantidad de días, se tiene  $3 \cdot x \cdot 4 = 8 \cdot 35 \cdot 6 \Rightarrow x = 140$

6. **La alternativa correcta es E**

$$\frac{2^2}{3} \frac{2^3}{3} \frac{2^4}{3} \frac{2^5}{3} \dots \quad n\text{-ésimo: } \frac{2^{1+n}}{3}$$

7. **La alternativa correcta es C**

La gráfica de una proporcionalidad directa es una recta que pasa por el origen.

8. **La alternativa correcta es C**

$$\begin{aligned}
 a \xrightarrow{-x\%} \frac{100-x}{100} a &= b \\
 100-x &= \frac{100b}{a} \\
 x &= 100 - \frac{100b}{a} \\
 x &= \frac{100(a-b)}{a} \%
 \end{aligned}$$

9. **La alternativa correcta es C**

$$\begin{aligned}
 134 - 15 &= 119 \\
 \therefore 119 + 1 &= 120
 \end{aligned}$$

**10. La alternativa correcta es E**

Total de alumnos: 40

Sólo Fútbol: 18

Sólo Básquetbol: 12

Fútbol y Básquetbol: 4

$$\begin{aligned} \text{I)} \quad & \frac{x}{100} \cdot 40 = 18 \Rightarrow x = 45\% \text{ (Verdadero)} \\ \text{II)} \quad & \frac{x}{100} \cdot 40 = 4 \Rightarrow x = 10\% \text{ (Verdadero)} \\ \text{III)} \quad & \frac{x}{100} \cdot 40 = 30 \Rightarrow x = 75\% \text{ (Verdadero)} \end{aligned}$$

**11. La alternativa correcta es E**

24 hr  $\rightarrow$  1

$\frac{x}{2}$  hr  $\rightarrow$  y

$$y = \frac{x}{2 \cdot 24} = \frac{x}{48}$$

PREUNIVERSITARIO  
**PEDRO DE VALDIVIA**

**12. La alternativa correcta es B**

$$C_f = C \left( 1 + \frac{i}{100} \right)^n$$

$$n = 2 \cdot 4 = 8 \text{ trimestre}$$

$$C_f = 50.000 \left( 1 + \frac{3}{100} \right)^8$$

$$C_f = 50.000(1,03)^8$$

**13. La alternativa correcta es A**

$$2(a^2 - b^2)$$

14. La alternativa correcta es D

$$\begin{aligned} &-[3a - a - b + 1 + 2 - 2a - 3b] \\ &-[3 - 4b] = 4b - 3 \end{aligned}$$

15. La alternativa correcta es D

$$\begin{aligned} &(2x)^2 - (3y)^2 + 3(x^2 + y^2 + 2xy) \\ &4x^2 - 9y^2 + 3x^2 + 3y^2 + 6xy \\ &7x^2 - 6y^2 + 6xy \end{aligned}$$

16. La alternativa correcta es C

$$\begin{aligned} 3 \otimes 4 &= -3^2 + 3 \cdot 4 \\ &= -9 + 12 \\ &= 3 \end{aligned}$$

17. La alternativa correcta es E

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} + \frac{1}{x} &= 5 \\ \frac{2}{x} &= 5 \Rightarrow x = \frac{2}{5} \end{aligned}$$

18. La alternativa correcta es C

$$\begin{aligned} 2(x + 40) + 2(x - 20) &= 560 \\ 2x + 80 + 2x - 40 &= 560 \\ 4x &= 520 \\ x &= 130 \end{aligned}$$

Entonces, los lados del rectángulo son: 170 cm y 110 cm. Por lo tanto su área es  $170 \cdot 110 = 18.700 \text{ cm}^2$ .

**19. La alternativa correcta es B**

$$f(-1) = -3(-1)^2 + 2 = -1$$

$$f(1) = -3 \cdot 1^2 + 2 = -1$$

$$f(-1) + f(1) = -2$$

**20. La alternativa correcta es C**

I)  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-5}{4}$  (Verdadera)

II) (4, 0) (Falso)

III)  $m_2 = \frac{4}{5}$  y  $m_1 = \frac{-5}{4}$   $\therefore \frac{4}{5} \cdot \left(\frac{-5}{4}\right) = -1$  (Verdadero)

**21. La alternativa correcta es B**

Para  $x = -3 \Rightarrow y = 0$ .

Sólo B y D cumple con esta condición.

Para  $x = 0 \Rightarrow y > 0$ .

Sólo B cumple con esta condición.

**22. La alternativa correcta es D**

I) 80 segundos = 1 minuto 20 segundos. (Verdadero)

II) 2 minutos cuestan \$ 320. (Falso)

III) Ambas llamadas cuestan \$ 80 cada uno. (Verdadero)

**23. La alternativa correcta es D**

$$f(x - 1) = 3^{x+1}$$

$$f(2 - 1) = 3^{2+1}$$

$$f(1) = 3^3 = 27$$

24. La alternativa correcta es A

$$\begin{aligned}
 m[x + nx + 3n] &= 3x + 12 \\
 mx + mnx + 3mn &= 3x + 12 \\
 (m + mn)x + 3mn &= 3x + 12 \\
 m + mn &= 3 \text{ y } 3mn = 12 \\
 \text{Por lo tanto: } mn &= 4 \\
 m + 4 &= 3 \Rightarrow m = -1 \\
 (-1)n &= 4 \Rightarrow n = -4 \\
 \therefore m + n &= -5
 \end{aligned}$$

25. La alternativa correcta es A

La función dada es de la forma  $f(x) = a^x$ , con  $0 < a < 1$ . Luego es una función decreciente, que intersecta al eje **y** en el punto (0, 1).

26. La alternativa correcta es E

$$\begin{aligned}
 &x(x^3 - x^2 + x - 1) \\
 &x[x^2(x - 1) + (x - 1)] \\
 &x(x - 1)(x^2 + 1)
 \end{aligned}$$

27. La alternativa correcta es A

$$\begin{array}{l}
 x + y = 7 \\
 x - y = -3 \\
 \hline
 x = \frac{7 - 3}{2} = 2 \\
 y = \frac{7 + 3}{2} = 5
 \end{array}$$

28. La alternativa correcta es D

$$\begin{aligned}
 a^{x+4} &= a^{x+2} \cdot a^2 = 12 \\
 4 \cdot a^2 &= 12 \\
 a^2 &= 3 \quad /(\ )^3 \\
 a^6 &= 3^3 = 27
 \end{aligned}$$

**29. La alternativa correcta es E**

Sea  $x$  la distancia que hay desde la casa al colegio.

Como  $3,75$  minutos  $= 3\frac{3}{4} = \frac{15}{4}$  minutos y como  $1$  hora  $= 60$  minutos, entonces  $\frac{15}{4}$  minutos equivalen a  $\frac{1}{16}$  de hora.

Desde la casa al colegio, Andrea caminando se demora  $\frac{x}{4}$  h y corriendo se demora  $\frac{x}{6}$  h.

Entonces,  $\frac{x}{4} - \frac{x}{6} = \frac{1}{16} \Rightarrow x = \frac{3}{4} = 0,75$  km.

**30. La alternativa correcta es D**

①  $p + q = 3$

②  $pr + q = 18$

③  $qr + p = 6$

Sumando ② con ③:  $pr + qr + q + p = 24$

$$\begin{aligned} r(p + q) + (p + q) &= 24 \\ (p + q)(r + 1) &= 24 \\ 3(r + 1) &= 24 \\ r + 1 &= 8 \Rightarrow r = 7 \\ \therefore r^{-1} &= \frac{1}{7} \end{aligned}$$

**31. La alternativa correcta es A**

$$\begin{aligned} \sqrt[6]{11 + \sqrt{3}} \cdot \sqrt[6]{11 - \sqrt{3}} &= \\ \sqrt[6]{(11 + \sqrt{3})(11 - \sqrt{3})} &= \sqrt[6]{121 - 3} \\ &= \sqrt[6]{118} \end{aligned}$$

**32. La alternativa correcta es D**

$$\log_2 \frac{1}{16} = \log_2 2^{-4} = -4$$

33. La alternativa correcta es E

$$\frac{2}{x^2} = 2 + \frac{3}{x} \quad / \cdot x^2$$

$$2 = 2x^2 + 3x$$

$$2x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{4} = \frac{-3 \pm 5}{4}$$

$$x_1 = -2 \quad x_2 = \frac{1}{2}$$

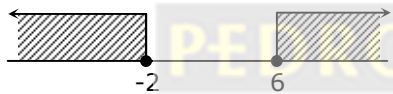
34. La alternativa correcta es C

$$4 \leq |x - 2|$$

$$x - 2 \geq 4 \quad \text{ó} \quad x - 2 \leq -4$$

$$x \geq 6$$

$$\text{ó} \quad x \leq -2$$



$$\mathbb{R} - ]-2, 6[$$

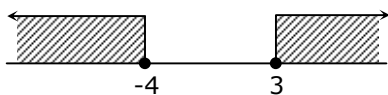
35. La alternativa correcta es C

$$(x - 3)(x + 4) \geq 0 \quad \text{ó} \quad (x - 3)(x + 4) \leq 0$$

$$x - 3 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3 \quad \text{ó} \quad x - 3 \leq 0 \Rightarrow x \leq 3$$

$$x + 4 \geq 0 \Rightarrow x \geq -4 \quad \text{ó} \quad x + 4 \leq 0 \Rightarrow x \leq -4$$

$$\therefore x \geq 3 \quad \text{ó} \quad \therefore x \leq -4$$



$$\mathbb{R} - ]-4, 3[$$



**36. La alternativa correcta es E**

$$y = a(x - h)^2 + k$$

⇓

$$v = (h, k)$$

- I) V (1, 3) (Verdadero)
- II) Eje de simetría:  $h = 1 = x$  (Verdadero)
- III)  $x = 0 \Rightarrow y = 5$  (Verdadero)

**37. La alternativa correcta es D**

A)  $\sqrt{\Delta} = \sqrt{81 + 40} = \sqrt{121} = 1$  (Verdadero)

B)  $c = -2 \Rightarrow$  corta en  $(0, -2)$  (Verdadero)

C)  $V\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$

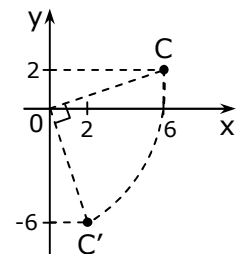
$$\frac{-b}{2a} = \frac{9}{10}, \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-121}{20}$$

$$\therefore \left(\frac{9}{10}, \frac{-121}{20}\right) \text{ (Verdadero)}$$

D)  $x = \frac{-b}{2a} = \frac{9}{10}$  (Falso)

**38. La alternativa correcta es C**

Al rotar el punto C en  $270^\circ$  en sentido antihorario y entorno al origen, es equivalente a una rotación de  $90^\circ$  en sentido horario, con lo cual se obtiene el punto C' (2, -6) tal como se muestra en la figura.



**39. La alternativa correcta es B**

Sea A' el simétrico de A con respecto a P. Luego, P es punto medio de  $\overline{AA'}$ .

$$\text{Por lo tanto: } 1 = \frac{x + 5}{2} \Rightarrow x = -3$$

$$2 = \frac{y + 6}{2} \Rightarrow y = -2$$

$$\therefore A' (-3, -2)$$

**40. La alternativa correcta es E**

Todos los triángulo y cuadriláteros teselan al plano. Además el hexágono regular.

**41. La alternativa correcta es B**

Sea h la altura del fuerte  
 $h = 800 \operatorname{tg} \alpha$   
 $h = 300 \operatorname{tg} \beta$   
 $2h = 800 \operatorname{tg} \alpha + 300 \operatorname{tg} \beta$   
 $h = 400 \operatorname{tg} \alpha + 150 \operatorname{tg} \beta$   
 $h = 400 \cdot 0,2 + 150 \cdot 0,3$   
 $h = 125 \text{ m}$

**42. La alternativa correcta es D**

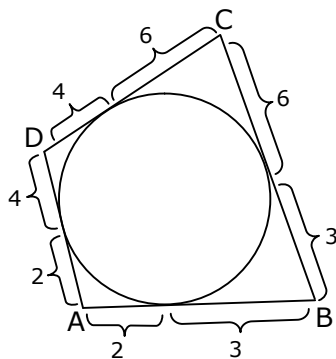
$\overline{AB} \cong \overline{CB}$  (Definición)  
 $\overline{AD} \cong \overline{CE}$  (Dato)  
 $\sphericalangle A \cong \sphericalangle C$  (Teorema)  
 $\therefore \triangle BAD \cong \triangle BCE$  (LAL)

**43. La alternativa correcta es C**

Como  $\sphericalangle COD = 100^\circ$ . Entonces  $\sphericalangle AOD = 80^\circ$  (Suplementarios)  
 y  $\sphericalangle ABO = 80^\circ / 2 = 40^\circ$  ( ángulo inscrito)

**44. La alternativa correcta es B**

Las tangentes trazadas desde un punto exterior a una circunferencia son iguales.  
 Entonces



$$\text{Perímetro } ABCD = 2(4 + 6 + 3 + 2) = 30$$

**45. La alternativa correcta es A**

- I) Con los datos de la figura se deduce que ABCD es cuadrado de lado  $(a + b)$ . Luego, su área es  $(a + b)^2$ . (Verdadero)
- II) Área de lo achurado:  $2ab$ . (Falso)
- III) Área de EBCF es  $b(a + b)$  (Falso)

**46. La alternativa correcta es C**

$$\begin{aligned} \overline{AC} &= 2\sqrt{2} = \overline{EC} \\ \overline{BC} &= \overline{BE} = 2 \Rightarrow \text{Ár } \triangle EBC = 2 \text{ cm}^2 \\ \overline{BF} &\text{ transversal de gravedad} \\ \therefore \text{Ár } \triangle FBE &= \frac{1}{2} \text{Ár } \triangle EBC = 1 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

**47. La alternativa correcta es E**

$$\begin{aligned} 8v &\rightarrow 1 \text{ min} \\ x &\rightarrow 6 \text{ min} \\ x &= 48 \text{ vueltas} \\ \therefore 48\pi \cdot 40 &= 1920\pi \text{ cm} \end{aligned}$$

**48. La alternativa correcta es D**

$$\begin{aligned} 4x + 3 + 9 - x &= 21 \\ 3x &= 9 \Rightarrow x = 3 \\ \therefore 4x + 3 &= 15 \text{ y } 9 - x = 6 \\ \text{Por lo tanto } \frac{15}{6} &= \frac{5}{2} \end{aligned}$$

**49. La alternativa correcta es C**

$$\begin{aligned} (9a + 7b) - (6a + 3b) - 4b &= x \\ 3a &= x \\ \therefore \text{Ár } \triangle &= \frac{3a \cdot 4b}{2} = 6ab \end{aligned}$$

**50. La alternativa correcta es E**

- I)  $\triangle DEC \sim \triangle BAC$  (A - A)
- II)  $\triangle CBA \sim \triangle EBD$  (A - A)
- III)  $\triangle ABC \sim \triangle EDF$  (LLL)

**51. La alternativa correcta es C**

Como  $\angle ACB = 34^\circ \Rightarrow \widehat{BA} = 68^\circ$

Dado que  $\widehat{CD} = 122^\circ$ , entonces  $\widehat{DB} + \widehat{AC} = 360^\circ - 190^\circ = 170^\circ$

$$\therefore \angle CEA = \frac{170^\circ}{2} = 85^\circ$$

**52. La alternativa correcta es A**

$$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$$

$$\overline{PD} = \frac{8 \cdot 3}{6} = 4 \text{ cm}$$

PREUNIVERSITARIO  
**PEDRO DE VALDIVIA**

**53. La alternativa correcta es D**

Dado que  $\overline{EF} \parallel \overline{BC} \Rightarrow \overline{EF} \perp \overline{DC}$  y como  $\overline{AC}$  es diagonal  $\Rightarrow \angle ACD = 45^\circ$

$\therefore \triangle FCE$  es isósceles  $\Rightarrow \overline{EC} = \overline{EF} = 1$ , y  $\overline{DE} = 3$

$$\text{Por lo tanto \u00c1rea trapecio AFED} = \frac{(1 + 4) \cdot 3}{2} = 7,5 \text{ cm}^2$$

**54. La alternativa correcta es D**

Se une A con C y B con C  $\Rightarrow \triangle ABC$  rect\u00e1ngulo en C. Sean  $\overline{BD} = x$ ,  $\overline{OD} = 5 - x$  y  $\overline{AD} = 5$ .

Por Euclides se tiene:  $\overline{CD}^2 = \overline{AD} \cdot \overline{DB}$

$$\text{Luego: } (4,8)^2 = (10 - x)x \Rightarrow x^2 - 10x + 23,04 = 0 \Rightarrow x = 3,6$$

- I)  $\overline{OD} = 5 - 3,6 = 1,4$  (Verdadero)
- II)  $\overline{BC}^2 = 10 \cdot 3,6 = 36 \Rightarrow \overline{BC} = 6$  (Verdadero)
- III)  $\overline{AD} = 10 - 3,6 = 6,4$  (Falso)

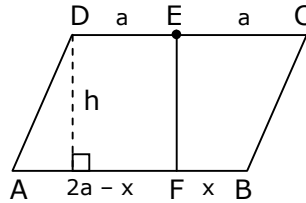
**55. La alternativa correcta es B**

Sea  $\overline{DE} = \overline{EC} = a$ ,  $\overline{FB} = x$  y  $h =$  la altura del paralelogramo.  
 El segmento EF divide al paralelogramo en 2 trapezios.

$$\text{Entonces: } \frac{\frac{(3a - x)h}{2}}{\frac{(a + x)h}{2}} = \frac{m}{1} \Rightarrow 3a - x = m(a + x)$$

$$\therefore x = \frac{a(3 - m)}{m + 1}$$

$$\text{Por lo tanto: } \frac{2a - \frac{a(3 - m)}{m + 1}}{\frac{a(3 - m)}{m + 1}} = \frac{3m - 1}{3 - m}$$



**56. La alternativa correcta es A**

El volumen de cilindro es  $V = \pi r^2 h$

$$\text{Luego: } V = 3 \cdot 36 \cdot 5 = 540 \text{ cm}^3$$

$$\therefore 100 \cdot h = 540$$

$$h = 5,4 \text{ cm}$$

**57. La alternativa correcta es A**

$$6a^2 = 384 \Rightarrow a = 8$$

$$\therefore V = \frac{4}{3} \cdot 3 \cdot 64$$

$$V = 256 \text{ cm}^3$$

**58. La alternativa correcta es D**

2 (A ó V)	4	3	2	1	1
-----------	---	---	---	---	---

Hay  $2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 48$  maneras de ordenar los libros en esa disposición

**59. La alternativa correcta es B**

- I) Lanzar tres monedas.  $2^3 = 8$  elementos
- II) Lanzar un dado. 6 elementos
- III) Lanzar un dado y una moneda.  $6 \cdot 2 = 12$  elementos



65. La alternativa correcta es C

$$C_p = 25$$

$$C_f = 7$$

$$p = \frac{7}{25} = \frac{28}{100} = 28\%$$

66. La alternativa correcta es D

$$\text{Media} = \bar{x} = \frac{6 + 20 + 5 + 36 + 21}{3 + 4 + 5 + 6 + 7} = \frac{88}{16} = 5,5$$

$$\text{Moda} = M_o = 6$$

67. La alternativa correcta es C

- I)  $\frac{20}{100\%} = \frac{16}{x} \Rightarrow x = 80\%$  (Verdadero)
- II) La mayor frecuencia está en el intervalo [14 - 16] (Verdadero)
- III) La mediana está entre la posición décima y un décima y ambas corresponden al intervalo [14 - 16] (Falso)

68. La alternativa correcta es A

$$\frac{\text{Suma de notas}}{10} = 5,5 \Rightarrow \text{Suma de notas es } 55.$$

$$\frac{\text{Nueva suma de notas}}{9} = 6,0 \Rightarrow \text{Nueva suma de notas es } 54.$$

$$\therefore 55 - 54 = 1$$

69. La alternativa correcta es D

(1)  $4m = 3n$   
 $m = \frac{3}{4}n = 75\% n$  (Sí)

(2)  $\frac{m}{n} = \frac{3}{4} \Rightarrow m = \frac{3}{4}n = 75\% n$  (Sí)

70. La alternativa correcta es A

$$\frac{\cancel{2-x}}{\cancel{x-2}} + y \cdot \frac{\cancel{4}}{4} \cdot \frac{1}{\cancel{4}}$$

$$-1 + \frac{y}{4}$$

(1)  $y = -3$  (Sí)

(2)  $x = 1$  (No)

71. La alternativa correcta es C

(1) No, ya que no se conoce el valor de las peras.

(2) No, ya que no se conoce ningún precio.

(1) y (2) Sí, ya que se resuelve el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2p + m = 1.600 \\ m = \frac{1}{2}p \end{cases}$$

72. La alternativa correcta es D

$$(1) \frac{\overline{AB}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{CE}} \Rightarrow \overline{BC} \parallel \overline{DE}$$

$$(2) \Delta ABC \text{ isósceles} \Rightarrow \sphericalangle B = \sphericalangle C$$

$$\Delta ADE \text{ isósceles} \Rightarrow \sphericalangle D = \sphericalangle E$$

Como  $\sphericalangle A$  es común  $\Rightarrow \sphericalangle B = \sphericalangle D$  y  $\sphericalangle C = \sphericalangle E$ , entonces  $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ .

73. La alternativa correcta es D

$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB}$$

y

$$r = \frac{\overline{PA} - \overline{PB}}{2}$$

$$(1) 144 = 8\overline{PA} \Rightarrow \overline{PA} = 18$$

Como se conoce  $\overline{PB}$  y  $\overline{PA}$ , se puede determinar el radio.

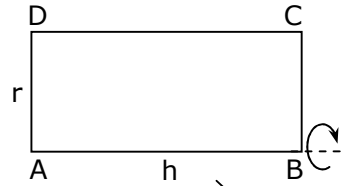
$$(2) 144 = 18 \cdot \overline{PB} \Rightarrow \overline{PB} = 8$$

Como se conoce  $\overline{PA}$  y  $\overline{PB}$ , se puede determinar el radio.



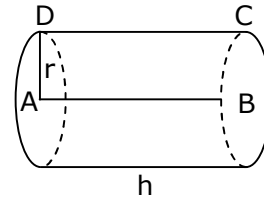
74. La alternativa correcta es B

Al rotar un rectángulo sobre uno de sus lados (h) se genera un cilindro tal como se muestra en las siguientes figuras adjuntas.



El área lateral es  $2\pi r \cdot h$

- (1) Se conoce el largo (h) pero no el radio.
- (2) El área lateral es  $2\pi \cdot \text{Ár rect ABCD}$ .



75. La alternativa correcta es E

No se sabe si los eventos son independientes o no. Luego, se requiere información adicional.