

**SOLUCIONARIO
ENSAYO EX CÁTEDRA N° 2
MATEMÁTICA**

1. La alternativa correcta es E

$$\begin{aligned} 5 - \{4 - [3 - (2 - 1)]\} &= 5 - \{4 - [3 - (1)]\} \\ &= 5 - \{4 - [2]\} \\ &= 5 - \{2\} = 3 \end{aligned}$$

2. La alternativa correcta es B

$$\text{Si } k + 1 = 5, \text{ entonces } k^2 - 1^2 = 4^2 - 1^2 = 16 - 1 = 15$$

3. La alternativa correcta es B

$$\begin{aligned} (-1)^{-1} &= -1 \\ -(-1) &= 1 \\ (-1)^2 &= 1 \\ &= -1 - -1 - 1 \\ &= -1 + 1 - 1 \\ &= -1 \end{aligned}$$

4. La alternativa correcta es A

$$2 + L = 9$$

$$L = 7$$

$$\text{Entonces, } 2 - L = 2 - 7 = -5$$

5. La alternativa correcta es D

$$\begin{aligned} 4^{44} + 4^{44} + 4^{44} + 4^{44} + 4 &= 4 \cdot 4^{44} + 4 \\ &= 4(4^{44} + 1) \end{aligned}$$

6. **La alternativa correcta es E**

$$M = 12 \text{ y } 12 = \frac{2}{5} \cdot T$$

$$T = \frac{12}{2} \cdot 5 = 30$$

7. **La alternativa correcta es B**

12 minutos $\rightarrow x$

60 minutos $\rightarrow h$

$$\text{Donde } x = \frac{12h}{60} = \frac{h}{5} = 0,2 \text{ h}$$

8. **La alternativa correcta es A**

Figura	Nº rombos
1	3
2	5
3	7
⋮	⋮
⋮	⋮
n	$2n + 1$

Es (son) **falsa(s)**

- I) Falsa, se generan $2 \cdot (6) + 1 = 13$ rombos.
- II) Verdadera, se generan $2 \cdot (10) + 1 = 21$ rombos.
- III) Verdadera, se generan $2 \cdot (4) + 1$ más $2 \cdot (5) + 1$ esto es 20 rombos.

9. **La alternativa correcta es B**

$$\frac{0,3 \cdot 0,30}{9} = \frac{0,09}{9} = 0,01$$

10. **La alternativa correcta es C**

Sean

$R_o = \text{Rodolfo} = z$

$R_a = \text{Ramón}$

$$\frac{R_o}{R_a} = \frac{x}{y} = \frac{z}{R_a}$$

$$\text{Entonces, } R_a = \frac{YZ}{X}$$

11. La alternativa correcta es D

$$\begin{aligned} 3 \cdot (a^0 + 3^a) &= 3(1 + 3^a) \\ &= 3 + 3 \cdot 3^a \\ &= 3 + 3^{a+1} \end{aligned}$$

12. La alternativa correcta es B

	Calefont (sin instalación)	Instalación	Calefont + instalación
Tienda	48.000	20% de 48.000 es 9.600	57.600
Ferretería	49.800		58.200
Gasfiter		7500	

Entonces, el calefont instalado resulta más económico comprándolo en el supermercado (tienda) sin instalación y la instalación del gásfiter ($48.000 + 7.500 = 55.500$).

13. La alternativa correcta es E

$$\frac{m^3}{m + m + m} = 3$$

$$\frac{m^3}{3m} = 3$$

$$\frac{m^2}{3} = 3. \text{ Entonces, } m^2 = 9$$

14. La alternativa correcta es C

Sea P_p : El tanto por ciento de participantes que contesta correctamente

N_p : N° de preguntas correctas

Luego $P_p \cdot N_p = \text{Constante}$ (Definición de P. Inversa)

$$\text{Así } P_p \cdot 16 = 80 \cdot 4$$

$$P_p = \frac{80 \cdot 4}{16} = 20\%$$

15. La alternativa correcta es E

Dada la definición: $A \Delta B = A + AB + B$

I) $n \Delta 1 = n + n + 1$

II) $2 \Delta n = 2 + 2n + n$

Igualando: $2n + 1 = 3n + 2$

Entonces, $-1 = n$

16. La alternativa correcta es A

$$\left(\frac{2}{3}s - \frac{1}{2}t\right)^2 = \frac{4}{9}s^2 - \frac{2}{3}st + \frac{t^2}{4}$$

17. La alternativa correcta es A

$$\begin{aligned} A \cdot B &= (x + y + z)(x - y - z) \\ &= (x + (y+z))(x - (y+z)) \\ &= x^2 - (y+z)^2 \end{aligned}$$

18. La alternativa correcta es D

- I) Verdadera, pagaron en efectivo: 30% de 2.500 = 750 en cheque: 45% de 2.500 = 1.125.
- II) Falso, Red compra: 5% de 2500 = 125 NO es el 66,6% de 750 que es 500.
- III) Verdadera, cheques: 1.125, Red compra: 125. Entonces, total 1.250.

19. La alternativa correcta es C

$$p = 2q + 5 \Rightarrow -p = -2q - 5 \Rightarrow -p - 1 = -2q - 6$$

20. La alternativa correcta es D

Sea L el lado triángulo de un triángulo equilátero $3L = 9$

$$\Rightarrow L = 3$$

- I) Falsa, $A(L) = \frac{3^2}{4} \sqrt{3} = \frac{9}{4} \sqrt{3} \text{ (cm}^2) \Rightarrow 3A = \frac{27}{4} \sqrt{3} \text{ cm}^2$.
- II) Verdadera, $P = 3 \cdot 3 = 9 \Rightarrow 3P = 27 \text{ cm}$.
- III) Verdadera, $h = \frac{3}{2} \sqrt{3} \Rightarrow 3h = \frac{9}{2} \sqrt{3} = 4,5 \sqrt{3} \text{ cm}$.

21. La alternativa correcta es E

	Nº comprados	Costo unitario	Costo total
Carpetas	12	$500 + 300 = 800$	$12 \cdot 800 = 9.600$
Cuadernos	1	500	$500 = 500$
Gomas	3	20% de 500 = 100	$3 \cdot 100 = 300$
Lápices	8	$500 - 300 = 200$	$8 \cdot 200 = 1.600$

Son verdaderas

- I) Verdadera, $500 + 3 \cdot 100 = 800 = \frac{1600}{2}$.
- II) Verdadera, $9.600 = 6 \cdot 1.600$
- III) Verdadera, $9.600 = 4 (500 + 300 + 1.600) = 4 \cdot 2.400$

22. La alternativa correcta es B

Sea r radio

$$\begin{aligned} \pi r^2 = 5\pi &\Rightarrow \pi (5r)^2 = 25\pi r^2 \\ &= 25 \cdot 5\pi \\ &= 125\pi \end{aligned}$$

23. La alternativa correcta es C

- I) $\frac{-3 - 1}{-3 + 3} = \frac{-4}{0}$ no es real, Falso.
- II) $(7 - 7)^0 = 0^0$ no está definido, Falso.
- III) $\sqrt{3 - 3} = \sqrt{0} = 0$ es real, Verdadero.

24. La alternativa correcta es B

$$\frac{12,5}{T} = \frac{T}{8} \Rightarrow T^2 = 12,5 \cdot 8$$

$$T^2 = 100$$

∴ T = 10 Es un posible valor

25. La alternativa correcta es D

$$x^{\frac{y}{2}} = (x^y)^{\frac{1}{2}}$$

$$= (10^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 10$$

26. La alternativa correcta es E

Racionalizando $\frac{3}{\sqrt[3]{5}} \cdot \frac{\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^2}} = \frac{3\sqrt[3]{5^2}}{5}$

27. La alternativa correcta es C

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = 2^x$$

$$\frac{1}{16} = 2^x$$

$$2^{-4} = 2^x \Rightarrow x = -4 \Rightarrow x + 1 = -3$$

28. La alternativa correcta es D

I)	$\sqrt{2}(\sqrt{2} - \sqrt{2}) = \sqrt{2} \cdot (0) = 0 < 1$	Sí
II)	$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2 > 1$	NO
III)	$\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} = \frac{(+)}{(-)} = (-) < 1$	Sí

29. La alternativa correcta es B

Del gráfico se desprende que ambas funciones pasan por (0,0) y (4,2).
 Luego las únicas que cumplen son $f(x) = x^2 - \frac{7}{2}x$ y $g(x) = \frac{x}{2}$.

30. La alternativa correcta es E

$$\text{I) } \frac{1}{\sqrt{\frac{4}{9}}} = \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2} \quad (\text{Es racional})$$

$$\text{II) } \sqrt{0,75} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (\text{Es irracional})$$

$$\text{III) } \frac{1}{\sqrt{0,125}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{8}}} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{8}}} = \sqrt{8} \quad (\text{Es irracional})$$

31. La alternativa correcta es A

$$2x^2 + 5x - 3 = 0$$

Factorizando $(x + 3)(2x - 1) = 0$, sus soluciones son:

$$x = -3 \quad \text{y} \quad x_2 = \frac{1}{2} \quad \text{que pertenecen al intervalo } -4 < x < 1.$$

32. La alternativa correcta es D

$$A = 5 + 4n \Rightarrow n = \frac{a - 5}{4} \quad \text{reemplazando en:}$$

$$B = 9 - 2n$$

$$B = 9 - 2\left(\frac{A - 5}{4}\right)$$

$$B = \frac{23 - A}{2}$$

33. La alternativa correcta es E

Notar la restricción inicial $x \neq 0$, para la ecuación: $\frac{x+3}{x} = 1 + \frac{3}{x}$

Pero $\frac{x+3}{x} = \frac{x}{x} + \frac{3}{x} = 1 + \frac{3}{x}$

Luego, se trata de una **identidad** con $x \neq 0$

\therefore Conjunto solución es $\mathbb{R} - \{0\}$

34. La alternativa correcta es C

- I) Verdadera, si $a = 0 \Rightarrow f(x) = b$ es constante.
- II) Falsa, $f(x) = ax + b$ es creciente si $a > 0$.
- III) Verdadera, si $a < 0 \Rightarrow f(x) = ax + b$ es decreciente.

35. La alternativa correcta es A

Dominio de $f(x) : \{x \neq 2 \text{ y } x > 2\} = \{x > 2\} =]2, +\infty[$

36. La alternativa correcta es D

$$f(-1) = 4 \cdot -1 + 3n = -4 + 3n$$

$$f(-2) = 4 \cdot -2 + 3n = -8 + 3n$$

$$\Rightarrow f(-1) + f(-2) = -12 + 6n = 12$$

$$\therefore n = 4$$

37. La alternativa correcta es B

Como $a \in [3, 9]$ y $b \in [-2, 5[$

$c = a \cdot b$ estará entre $9 \cdot -2 = -18$ y $9 \cdot 5 = 45$

$$\therefore c \in [-18, 45[$$

38. La alternativa correcta es E

Usando la fórmula se tiene $C_f = 9 \cdot 10^5 (1 + 0,06)^5$

$$C_f = 9 \cdot 10^5 (1,06)^5$$

39. La alternativa correcta es E

- I) Falsa, m_1 (negativo) y m_2 (positivo).
- II) Falsa, m_4 (Positivo) y m_3 (cero).
- III) Falsa, m_1 (negativo) y m_4 (positivo).

40. La alternativa correcta es B

$$\text{Área } \Delta = \frac{a \cdot a}{2} = \frac{a^2}{2}$$

$$\text{Área rectángulo} = 2a \cdot b$$

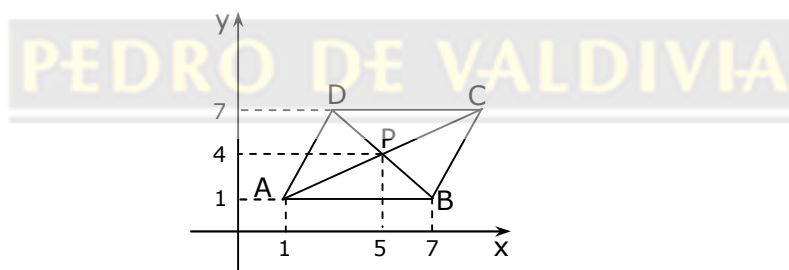
$$\Rightarrow \frac{a^2}{2} = \frac{1}{3} \cdot 2ab$$

$$\Rightarrow 3a^2 = 4ab$$

$$3a = 4b$$

$$\therefore a : b = 4 : 3$$

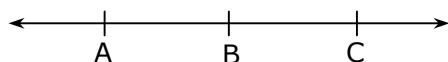
41. La alternativa correcta es C



Dado que ABCD es un paralelogramo:

- I) Verdadero, P(5,4) al hacer $R(0,180^\circ)$ de P queda en (-5,-4)
- II) Verdadero, A(1,4) al hacer $R(0,180^\circ)$ de A queda en (-1,-4)
- III) Falso, D(3,7) al hacer $R(0,180^\circ)$ de D queda en (-3,-7)

42. La alternativa correcta es A



La intersección entre \overrightarrow{AC} y \overrightarrow{BC} es "La parte común de ambos rayos"

Luego esta "parte común" es el rayo BC.

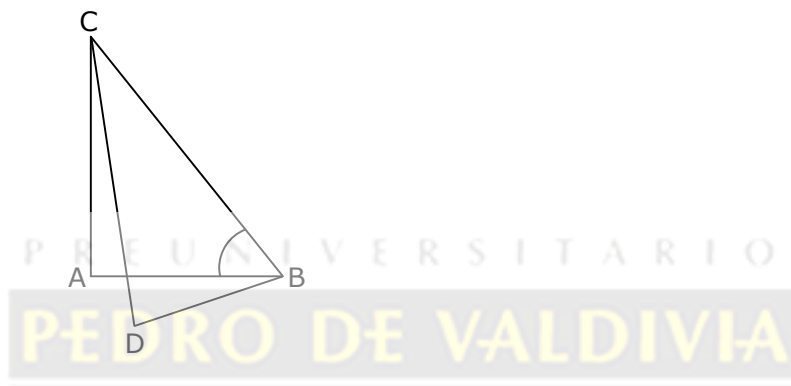
43. La alternativa correcta es B

- I) Falso, no tiene centro de simetría (tiene 3 ejes de simetría).
- II) Verdadero, el centro de simetría corresponde al punto de intersección de las diagonales.
- III) Falso, el mismo triángulo equilátero no verifica centro de simetría.

44. La alternativa correcta es C

El plano sólo se puede teselar con un polígono regular de tres, cuatro y seis lados.

45. La alternativa correcta es A



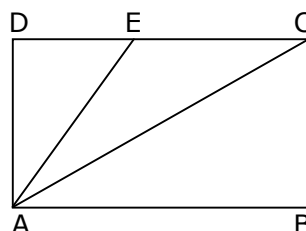
De la figura y del dato se desprende que:

- I) $\angle BCD - \angle ABC = 25^\circ$
- II) $\angle BCD + \angle ABC = 80^\circ$

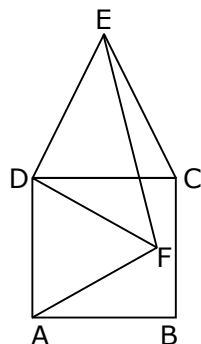
Entonces, $2\angle ABC = 55^\circ$
 $\angle ABC = 27,5^\circ$

46. La alternativa correcta es A

En el rectángulo ABCD
 $\angle DEA = 60^\circ$ y $\angle AEC = 120^\circ$
 Como $\angle ACE = 30^\circ$, entonces $\angle EAC = 30^\circ$
 $\therefore \triangle ACE$ es isósceles con $\overline{AE} = \overline{EC} = 10$
 También el $\triangle DAE$ es un $\triangle (30^\circ - 60^\circ - 90^\circ)$
 Como $\overline{AE} = 10 \Rightarrow \overline{DE} = \frac{10}{2} = 5$



47. La alternativa correcta es D



Como $\angle CDA = 90^\circ$ y $\angle FDA = 60^\circ \Rightarrow \angle FDC = 30^\circ$

Además $\angle CDE = 60^\circ$ (\angle interior Δ equilátero)

Luego $\angle EDF = \angle CDE + \angle FDC = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$

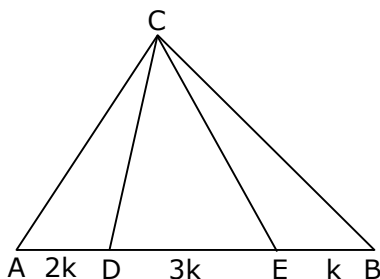
$\therefore \Delta DFE$ es rectángulo isósceles en D cuyos catetos miden 4.

$\therefore \text{Área de } \Delta DFE = \frac{4 \cdot 4}{2} = 8$

48. La alternativa correcta es E

II) Al trazar las diagonales en un rectángulo ABCD. Se forman 4 triángulos rectángulos congruentes: $\Delta ABC \cong \Delta DCB \cong \Delta DCA \cong \Delta BAD$

49. La alternativa correcta es E

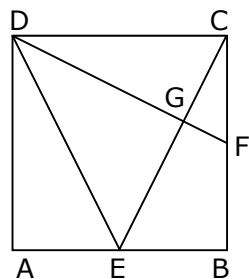


Como $\overline{AD} : \overline{DE} : \overline{EB} = 2 : 3 : 1$

Los ΔEBC , ΔADC , ΔDEC , ΔABC , ΔDBC tienen la misma altura, entonces la razón entre sus áreas es la misma que la razón entre sus bases. Luego

- I) $k : 2k = 1 : 2$
- II) $3k : 6k = 1 : 2$
- III) $2k : 4k = 1 : 2$

50. La alternativa correcta es A

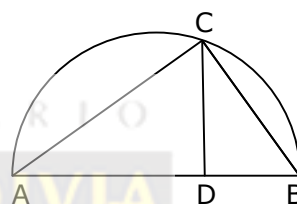


- I) Verdadera, $\triangle EBC \cong \triangle FCD$ (LAL)
- II) Falso
- III) Falso

51. La alternativa correcta es C

Trazando el segmento \overline{CB} , el $\triangle ABC$ es rectángulo en C.
 Usando Euclides.

- I) $\overline{AC}^2 = \overline{AD} \cdot \overline{AB} = 4k \cdot 5k = 20k^2$
- II) $\overline{CD}^2 = \overline{AD} \cdot \overline{DB}$



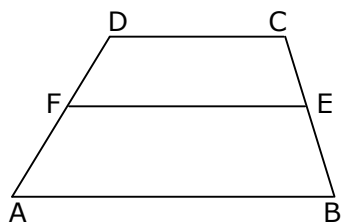
$$8^2 = 4k \cdot k$$

$$64 = 4k^2$$

$$k^2 = 16$$

De I) y II) $\overline{AC}^2 = 20 \cdot 16 \Rightarrow \overline{AC} = 8\sqrt{5}$

52. La alternativa correcta es A

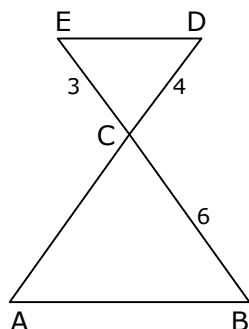


Usando Teorema de Tales $\overline{AF} : \overline{FD} = \overline{BE} : \overline{EC}$

$$a : b = 8 : \overline{EC}$$

Donde $\overline{EC} = \frac{8b}{a}$

53. La alternativa correcta es B



$$\Delta EDC \sim \Delta BAC$$

$$\therefore \frac{\overline{EC}}{\overline{BC}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = \frac{\text{Perímetro } \Delta EDC}{\text{Perímetro } \Delta ABC}$$

54. La alternativa correcta es C



$$\angle ROP = 80^\circ \Rightarrow \angle RQP = 40^\circ \text{ (Inscrito)}$$

Como $\overline{OP} \parallel \overline{QR}$ Entonces

$$\angle RQP = \angle QPO = 40^\circ \text{ (Alternos internos entre paralelas)}$$

55. La alternativa correcta es E

Sea D: Diámetro de la circunferencia

$$D\pi = 20\pi$$

$$D = 20$$

Como $\overline{OM} \perp \overline{PQ}$ y \overline{ON} es el radio entonces $\overline{PM} = \overline{MQ} = 8$

Sea $\overline{NM} = x$, entonces $\overline{MR} = 20 - x$

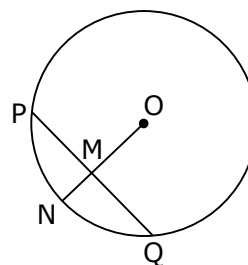
$$\text{Usando teorema de las cuerdas: } x(20 - x) = 8 \cdot 8 = 64$$

$$x^2 - 20x + 64 = 0$$

$$(x - 16)(x - 4) = 0$$

$$\Rightarrow \overline{MN} = 4$$

$$\Rightarrow \overline{OM} = 10 - 4 = 6$$



56. La alternativa correcta es D

$$\begin{aligned} \operatorname{sen}(\alpha - \beta) &= \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \operatorname{sen} 60^\circ \\ \therefore \alpha - \beta &= 60^\circ \end{aligned}$$

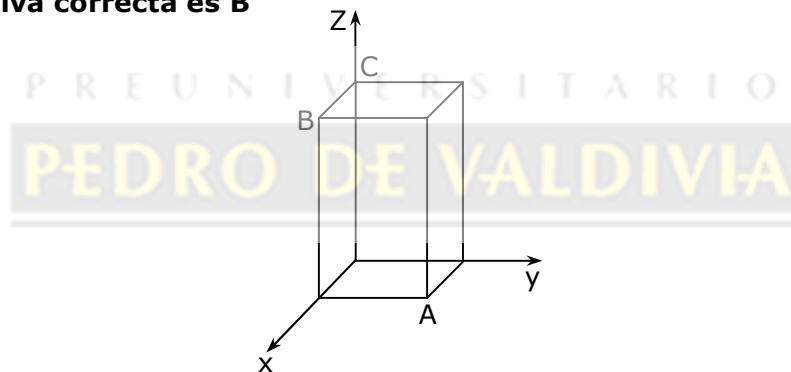
57. La alternativa correcta es B

$$\begin{aligned} \log(n^3 - n) &= \log n(n^2 - 1) = \log n(n + 1)(n - 1) \\ &= \log n + \log(n + 1) + \log(n - 1) \end{aligned}$$

58. La alternativa correcta es D

Al rotar un trapecio isósceles entorno a su eje de simetría se obtiene el sólido de revolución mostrado.

59. La alternativa correcta es B



$$A(2,2,0) \quad B(2,0,4) \quad C(0,0,4)$$

$$\text{Volumen paralelepípedo} = \text{Área (basal)} \cdot \text{Altura}$$

$$\text{Área basal (en plano } xy) = 2 \cdot 2 = 4$$

$$\text{Altura (cota } z) = 4$$

$$\therefore \text{Volumen} = 4 \cdot 4 = 16$$

60. La alternativa correcta es A

Si $P(x)$ es la probabilidad que de un suceso x .
 Entonces, $0 \leq P(x) \leq 1$

61. La alternativa correcta es A

Dado que se sacó A y ocupó el casillero 1, entonces sean

$$\text{Probabilidad de sacar B en la 2º extracción} = P(B) = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Probabilidad de sacar C en la 3º extracción} = P(C) = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Probabilidad de sacar D en la 3º extracción} = P(D) = \frac{1}{1} = 1$$

$$\therefore P(B \text{ y } C \text{ y } D) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{6}$$

62. La alternativa correcta es E

Primos = {2, 3, 5}, pares = {2, 4, 6}

$$P(\text{primo}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = P(\text{par})$$

63. La alternativa correcta es D

$$P(\text{Reprobado ambas}) = \frac{R}{A_1 + A_2 + R} = \frac{18}{120} = 0,15 = 15\%$$

64. La alternativa correcta es C

Edades promedios menores a 19 años = {18,4; 18,3; 18,8; 18,5} = A

$$\Rightarrow P(A) = \frac{4}{10} = 0,4$$

65. La alternativa correcta es D

- I) Verdadero, $M_0 = M_e = 2$
- II) Verdadero, $M_e = 2 \leq \bar{X} = \frac{235}{95}$
- III) Falso, en 30 lanzamientos se obtienen 2 caras

Nº caras	Frecuencia
0	5
1	15
2	30
3	25
4	15
5	5

66. La alternativa correcta es B

Sea p par $\Rightarrow \{p, p + 2, p + 4, p + 6, p + 8, p + 10, p + 12, p + 14\}$

$$\therefore \text{Mediana es } \frac{p + 6 + p + 8}{2} = \frac{2p + 14}{2} = p + 7$$

$$\begin{aligned} \text{Como } p + 7 &= 11 \\ p &= 4 \end{aligned}$$

67. La alternativa correcta es A

La desviación estándar es una medida de dispersión que indica cuánto tienden a alejarse los datos de la media aritmética.

Claramente en el conjunto $\{12, 15, 18\}$ con $\bar{x} = 15$ los datos tienden a alejarse más que en los otros casos.

68. La alternativa correcta es E

- I) Verdadero, $400 + 300 + 500 + 200 + 300 + 300 + 200 + 400 = 2.600$
- II) Verdadero, $400 + 500 = 75\%$ de $(300 + 200 + 300 + 400)$
- III) Verdadero, aumentaron de 400 a 500, es decir varió en 100 (100 de 400 es 25%).

PEDRO DE VALDIVIA

69. La alternativa correcta es E

- (1) Insuficiente, sólo se conoce un punto de L_1 .
- (2) Insuficiente, sólo se conoce la abscisa de Q que está en L_2 .
- (1) y (2) Insuficiente, (necesito conocer dos puntos de L_1).

70. La alternativa correcta es D

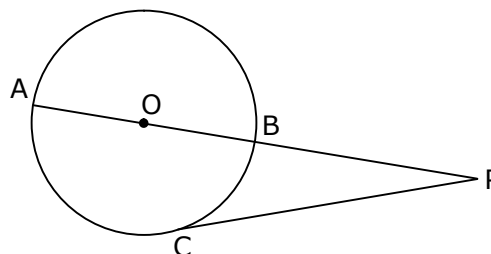
- (1) Suficiente, toda paralela a la base de un Δ determina un Δ semejante al primero.
- (2) Suficiente, $\overline{AD} \cong \overline{DC}$ y $\overline{BE} \cong \overline{EC} \Rightarrow \overline{DE}$ es mediana, es paralela a \overline{AB} .

71. La alternativa correcta es D

Sean C_0 : Precio original de la camisa, C_r : Precio con rebaja.

- (1) Suficiente, $2.000 = 25\%$ de $C_0 \Rightarrow C_r = C_0 - 2.000 = 8.000 - 2.000$
- (2) Suficiente, $8.000 - 25\%$ de $8.000 = 8.000 - 2.000 = C_r$

72. La alternativa correcta es C



- (1) Insuficiente, sólo se conoce \overline{AB} .
 (2) Insuficiente, sólo se conoce $\overline{OB} : \overline{BP} : \overline{OC}$ pero ningún valor de algún segmento aludido.
 (1) y (2) Suficiente, por (2) $\overline{AB} = 6k$ y se conoce \overline{AB} por (1). Luego se puede determinar k (constante de la proporcionalidad).
 Usando teorema de la tangente y secante queda determinada (dado que se conoce k).

$$\overline{PC}^2 = \overline{PB} \cdot \overline{PA}$$

$$\overline{PC}^2 = 4k \cdot 6k$$

73. La alternativa correcta es E

- (1) Insuficiente, se desconoce la medida de la altura.
 (2) Insuficiente, se desconoce la medida de la base \overline{AB} .
 (1) y (2) Insuficientes, aún cuando se conoce el punto medio de la base que es (4, 4) y la medida de la altura $4 + 4 = 8$.
 La ubicación de C podría ser $C(4, 4 + 8)$ o $C'(4, 4 - 8)$, es decir, $C(4, 12)$ o $C'(4, -4)$.

74. La alternativa correcta es C

Sea R : radio y h : altura del cilindro

- (1) Insuficiente, sólo se conoce el valor de $2\pi R \cdot h$
 (2) Insuficiente, sólo se conoce el valor de $2\pi R \Rightarrow R$ conocido
 (1) y (2) Suficientes, R y h conocidos $\Rightarrow V = \pi R^2 \cdot h$ conocido

75. La alternativa correcta es A

- (1) Suficiente, si su puntaje se ubica en P_{87} , entonces fue superior al 87% de los puntajes.
 (2) Insuficiente, supera al 75% de los puntajes pero esto no implica que supera al 85% de los puntajes.